EL PRINCIPIO DEL PALOMAR EN LA ARMADA

Agustín E. GONZÁLEZ MORALES
(Ing.)

EN el mundo de las Matemáticas, la Física, etc., los principios son verdades que, porque suelen ser evidentes, nadie pone en entredicho. Además, sirven de punto de partida —de ahí que se llamen *principios*— para llegar a otras conclusiones que normalmente tienen más enjundia.

El otro día, cuando me reuní con mis oficiales para realizar un nuevo reparto de los despachos en el edificio de La Carraca donde reside la Jefatura de Infraestructura del Arsenal de Cádiz, me topé con el *Principio del Palomar*. Sí, así se llama. Se cree que fue enunciado por el matemático alemán Dirichlet en el año 1834 cuando estaba demostrando ciertas propiedades de los números irracionales. Lo denominó *Principio de los Cajones*, y desde entonces se conoce como Principio de Dirichlet. En palabras llanas, se puede expresar de la siguiente manera:

«Si cinco palomas ocupan cuatro nidos, entonces al menos en un nido tiene que haber dos o más palomas.»

Por eso, casi toda la bibliografía lo denomina *Principio del Palomar*.

Curiosamente, como sucede algunas veces en el universo de las Matemáticas (1), hay referencias a este principio que son muy anteriores a Dirichlet; concretamente, en 1622 el jesuita y matemático francés Jean Leurechon ya lo

---

(1) Por ejemplo, la Regla de L'Hôpital, que permite calcular ciertos límites, no es del marqués de L'Hôpital, sino de Johan Bernoulli. El Triángulo de Pascal, también llamado de Tartaglia, empleado en los números combinatorios, es muy anterior a Pascal y a Tartaglia. Hay documentos del siglo X donde ya se menciona.

Peter Gustav Lejeune Dirichlet.

mencionaba indirectamente cuando escribió: «Es necesario que dos hombres tengan el mismo número de pelos, oro y otros». Precisamente sobre pelos hablaremos más adelante.

Tras esta introducción, creo que no peco de vanidoso si afirmo que este principio es de una evidencia apabullante y parece tan sencillo que nadie debiera dudar sobre su veracidad. Pero debemos pensar que, aunque pudiéramos tacharlo de perogrullada, poner a Dirichlet a la altura de Perogrullo sería una enorme osadía. Y en efecto así sucedería porque cobija en sus entrañas aspectos muy relevantes. De hecho, a pesar de su aparente simpleza, es una potente herramienta con aplicaciones en campos tan diversos como la Geometría, la Combinatoria, la Teoría de Grafos, el Análisis Matemático, la Teoría de Números o la Computación.

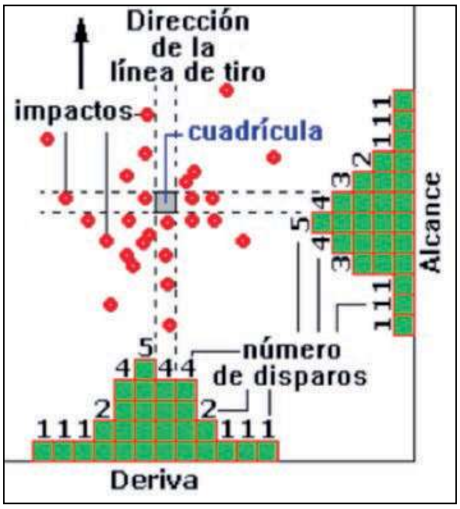
Otra forma de interpretar el *Principio del Palomar* sería practicando ese juego que consiste en decirle a varios niños que se sienten en sillas insuficientes. Podríamos enunciarlo así: «Si diez niños quieren sentarse en nueve sillas, al menos dos lo harán en la misma silla, o uno deberá quedarse de pie». Incluso se podría generalizar: «Si n niños intentan sentarse en s sillas insuficientes, entonces al menos habrá una silla que será ocupada por más de un niño, o n menos s niños se quedarán de pie». Eso mismo ocurrió con los despachos que queríamos repartir en mi destino.

Sobre los camarotes de los barcos

Apliquémoslo a aspectos relacionados con la vida a bordo.

Usando el *Principio del Palomar* se puede demostrar que si se alojan —al azar— nueve personas en 12 camarotes individuales que estén alineados en el mismo pasillo de un buque, siempre habrá, con certeza, tres camarotes consecutivos ocupados. Sorprendente, ¿verdad?, e imprescindible a la hora de asignar camarote a los que roncan, especialmente cuando los mamparos no estén muy bien aislados acústicamente… Además, enseguida me viene a la cabeza el incordio que se produce con el llamado «corrimiento de camarotes» que se genera en algunos buques cuando, para ciertos ejercicios y maniobras navales, se incorporan miembros ajenos a su dotación, como sucede con los pertenecientes a las planas o estados mayores, por ejemplo.

Sobre la cantidad de pelos de la cabeza y la zona de impactos de un tiro



Extrayéndole un poco más el jugo al *Principio del Palomar,* es posible explicar otras curiosidades que se dan en los barcos.

Volviendo con las palomas, es de cajón que «si cinco palomas han entrado en un palomar que tiene cuatro orificios, al menos dos palomas lo habrán hecho por el mismo agujero». Pero, ¡ojo!, no se trata de una probabilidad, sino de una certeza: al menos dos palomas han tenido que entrar obligatoriamente por el mismo agujero del palomar, al igual que al menos dos impactos se han tenido que producir en la misma cuadrícula si se hubiesen realizado más tiros que cuadrículas hay.

De lo expuesto en el párrafo anterior se deduce una conclusión mucho menos intuitiva, asociada con el número de pelos de la cabeza, a la que ya llegó en 1622 el jesuita y matemático francés Jean Leurechon citado anteriormente: podemos afirmar que, dado que un individuo tiene 200.000 pelos en la cabeza como mucho, es absolutamente seguro que en la ciudad de Cartagena, cuya población supera con holgura los 200.000 habitantes, hay al menos dos personas con el mismo número de cabellos en la cabeza. Y, paciente lector, permítame insistir en que esta aseveración sobre los habitantes de Cartagena es una certeza, no una probabilidad.

Otro problema distinto sería saber cuáles son esos dos cartageneros (o cartageneras, que dirían algunos recalcitrantes) con el mismo número de pelos. Además, teniendo en cuenta que esta cantidad cambia a diario —según los entendidos en asuntos capilares, el balance entre los pelos que ganamos y perdemos cada día ronda los cinco, por más o por menos, según la tendencia a la calvicie—, entonces, aunque siempre habrá en Cartagena al menos dos individuos con el mismo número de pelos, estas dos personas pueden ser distintas cada día, incluso cada minuto… y cada segundo, lo que complica su identificación si urgiera saber tan importante y trascendental dato.

La verdad, no me imagino a los habitantes de la Peñica (o de cualquier ciudad de más de 200.000 habitantes) contándose los cabellos, aunque enseguida me viene a mi cabeza (con menos pelo cada día) eso de que en este mundo hay gente para todo.

Cumpleaños a bordo

Teniendo presente lo que acabamos de razonar sobre los pelos, ya podemos aplicar el *Principio del Palomar* a otro aspecto de la vida a bordo.

Si la dotación de un barco es de más de 366 personas, podemos afirmar —con certeza— que al menos dos tienen la misma fecha de cumpleaños (2); o, en un barco más pequeño, con ocho miembros, al menos dos cumplen años el mismo día de la semana, aunque no tienen por qué hacerlo durante la misma semana. Y si son 13 los embarcados, al menos dos celebran, ¡seguro!, el cumpleaños el mismo mes. Por lo tanto, dado que muchos de nuestros barcos tienen dotaciones con más de 13 miembros, sugiero a los compañeros que estén a bordo de estos buques que se pongan de acuerdo con los que celebran su onomástica el mismo mes, así se ahorrarán unos cuantos euros en las convidadas, aunque podría ocurrir que solo dos de esos 13 cumpliesen el requisito.

Compañeros de promoción en el mismo barco

Otra curiosidad. Como la dotación completa de un buque de acción marítima (BAM) es de 46 miembros, al menos dos personas tienen el mismo número de compañeros de promoción a bordo.

Sí, sí. Y lo voy a demostrar apelando a la mayor capacidad de aguante del que me está honrando con la lectura de esta colaboración en la REVISTA GENERAL DE MARINA: en efecto, sea el alférez de navío Juan Vela del Trinquete, conocido en su brigada como Juanete por razones que no vienen al caso, y la alférez de navío Mariola Palo Mesana, de la misma promoción que Juanete, entonces también Juanete es compañero de promoción de Mariola. Además, en este contexto, es plausible afirmar que nadie es compañero de promoción de sí mismo.

Independientemente del empleo militar, el número de compañeros de promoción que podría tener cada uno de los 46 miembros de la dotación del

---

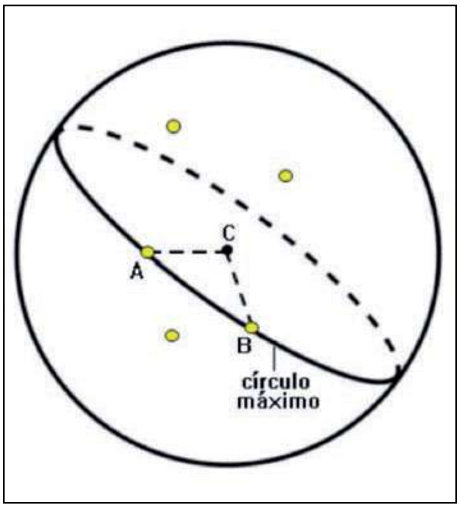
(2) Se puede demostrar que bastan 57 personas para que la *probabilidad* de que haya dos, al menos, que cumplan años el mismo día es del 99 por 100. Pero, ¡ojo!, esto no tiene nada que ver, ni por asomo, con el *Principio del Palomar,* porque la probabilidad de que suceda lo establecido en dicho principio es del 100 por 100, es decir, sucede ¡seguro!

BAM sería 0, 1, 2, 3…, 45. Aunque resultaría inaudito que los 46 fueran todos oficiales, por ejemplo.

Pero, si hay alguien sin compañeros de promoción a bordo, no puede haber nadie con 45, o sea, compañero de promoción de todos (menos de sí mismo). Esto provoca que haya 45 posibilidades para los 46 miembros de la dotación.

Por lo tanto, aplicando el *Principio del Palomar*, habrá al menos dos tripulantes del BAM con el mismo número de compañeros de promoción a bordo. Lo cual no quiere decir, ¡ojo!, que siempre tenga que haber en ese barco dos de la misma promoción.

Cinco barcos. Cuatro están en un hemisferio



Otra aparente paradoja es la siguiente: si se pintan al azar cinco puntos en una esfera, cuatro estarán siempre en la misma mitad de la esfera, es decir, en un único hemisferio. Así es, aunque no lo parezca.

Imaginémonos cinco buques situados en el globo terráqueo. En efecto, con la situación de dos de esos barcos —el A y el B de la figura, por ejemplo— y el centro de la Tierra C, se determina un único plano que contiene el círculo máximo correspondiente. Este círculo divide a la esfera en dos hemisferios, no necesariamente el Norte y el Sur.

Consideremos que los dos buques A y B forman parte simultáneamente de ambos hemisferios por estar sobre ese círculo máximo. Entonces, como los tres buques restantes tienen que estar en solo dos hemisferios, nos volvemos a topar con el *Principio del Palomar*; o sea, es absolutamente cierto que cuatro buques de los cinco situados al azar sobre el globo terráqueo estarán en la misma mitad de la esfera.

Alguien me podría objetar que solo hay agua en el 71 por 100 de la superficie de nuestro planeta. Es cierto. Entonces, si al colocar sobre el globo terráqueo algún buque al azar resulta que cae cerca de la catedral de Burgos es que, por alguna razón que se me escapa, alguien ha decidido vararlo allí, ¿vale?

Empleando un razonamiento similar, podríamos llegar a unas cuantas conclusiones como las siguientes:

— Si cinco barcos están situados en el interior o en el borde de un triángulo equilátero de dos millas de lado, al menos dos buques están a una distancia entre sí menor de una milla.
— Si cuatro buques se encuentran en el interior o en el borde de un cuadrado de diez millas de lado, al menos dos están a una distancia menor o igual a diez millas.
— Si siete barcos están situados dentro de un círculo de una milla de radio de manera que la distancia entre dos cualesquiera de ellos sea mayor o igual que una milla, entonces uno de los barcos está necesariamente en el centro del círculo (3).
— Si diez barcos se encuentran dentro de un círculo de cinco millas de diámetro, al menos dos de ellos están separados por una distancia inferior a dos millas (4).

Epílogo

El tono distendido empleado en esta colaboración ha pretendido no abrumar al lector con un lenguaje que le hiciese aborrecer el *Principio del Palomar*. Por esa razón, la mayoría de las curiosidades y ejemplos que se han mencionado son irrelevantes. Así, puedo asegurarles que no estoy nada preocupado por conocer quién tiene en este momento exactamente el mismo número de pelos en la cabeza que yo.

Pero sí me preocuparía perder información al comprimir un archivo que «pese» mucho para poder enviarlo por correo electrónico. Pues bien, afirmo con rotundidad que mediante el *Principio del Palomar* es posible evaluar cuándo un algoritmo de comprensión provocaría que dos archivos «distintos» pudieran ser comprimidos y reducidos a un «mismo» archivo más pequeño. Si así se permitiera, al intentar restaurar el archivo comprimido, ¿de cuál de los dos archivos originales procedería?

Como escribe Cervantes al final del prólogo del *Quijote*: «Vale».

---

(3) En la Olimpiada Matemática Británica del año 1975 se propuso a los participantes que demostrasen una aseveración similar.

(4) Un enunciado muy parecido fue propuesto en la Olimpiada Matemática Británica de 1983.